

## 7. Dynamika

### 7.6 Indeksy zespolowe

Zastosowanie wybranej formuły zależy od wyjściowych informacji, jakimi dysponujemy

Zaprezentowane powyżej formuły można wyrazić także w sposób następujący

$$I_x = \sum x_1 \frac{b_1}{\sum b_1} \div \sum x_0 \frac{b_0}{\sum b_0}$$

$$I_x = \sum \frac{1}{x_1} * \frac{a_1}{\sum a_1} \div \sum \frac{1}{x_0} * \frac{a_0}{\sum a_0}$$

## 7. Dynamika

### 7.6 Indeksy zespołowe

Wielkości ułamkowe są wskaźnikami struktury – informują o udziale cząstkowych wielkości  $b_1$  i  $b_0$  w ogólnej wielkości  $B_1$  oraz  $B_0$ , podobnie o udziale cząstkowych wielkości  $a_0$  i  $a_1$  w globalnej wielkości  $A_1$  oraz  $A_0$

Wartość indeksu wszechstronnego jest wypadkową działania dwóch czynników:  
Dynamiki cząstkowych wielkości stosunkowych  
Zmian w strukturze czynnika  $a$  lub czynnika  $b$

Wpływ dynamiki cząstkowych wielkości stosunkowych na poziom indeksu wszechstronnego określają indeksy zespołowe wielkości stosunkowych o stałej strukturze (przyjmujemy za niezmiennie współczynniki struktury czynników  $a$  i  $b$  z okresu podstawowego (formuła Laspeyresa) lub na poziomie z okresu badanego (formuła Paaschego)

## 7. Dynamika

### 7.6 Indeksy zespolowe

Indeks zespolowy wielkości stosunkowych o stałej strukturze Laspeyresa przyjmuje postać

$$I_{x/a_0} = \frac{\sum a_0}{\sum \frac{a_0}{x_1}} \div \frac{\sum a_0}{\sum \frac{a_0}{x_0}} = \sum \frac{1}{x_1} * \frac{a_0}{\sum a_0} \div \sum \frac{1}{x_0} * \frac{a_0}{\sum a_0}$$

$$I_{x/b_0} = \frac{\sum x_1 b_0}{\sum b_0} \div \frac{\sum x_0 b_0}{\sum b_0} = \sum x_1 \frac{b_0}{\sum b_0} \div \sum x_0 \frac{b_0}{\sum b_0}$$

## 7. Dynamika

### 7.6 Indeksy zespolowe

Indeks zespolowy wielkości stosunkowych o stałej strukturze Paaschego przyjmuje postać

$$I_{x/a_1} = \frac{\sum a_1}{\sum \frac{a_1}{x_1}} \div \frac{\sum a_1}{\sum \frac{a_1}{x_0}} = \sum \frac{1}{x_1} * \frac{a_1}{\sum a_1} \div \sum \frac{1}{x_0} * \frac{a_1}{\sum a_1}$$

$$I_{x/b_1} = \frac{\sum x_1 b_1}{\sum b_1} \div \frac{\sum x_0 b_1}{\sum b_1} = \sum x_1 \frac{b_1}{\sum b_1} \div \sum x_0 \frac{b_1}{\sum b_1}$$

## 7. Dynamika

### 7.6 Indeksy zespolone

Wpływ zmian w strukturze czynników a oraz b na poziom indeksu wszechstronnego określają indeksy zespolone zmian strukturalnych

Przyjmując za stałe cząstkowe wielkości stosunkowe z okresu podstawowego otrzymujemy indeksy zmian strukturalnych typu Laspeyresa

Agregatowy indeks wpływu zmian w strukturze czynnika b Laspeyresa

$${}_b I_{x/x_0} = \frac{\sum x_0 b_1}{\sum b_1} \div \frac{\sum x_0 b_0}{\sum b_0} = \sum x_0 \frac{b_1}{\sum b_1} \div \sum x_0 \frac{b_0}{\sum b_0}$$

## 7. Dynamika

### 7.6 Indeksy zespolowe

Agregatowy indeks wpływu zmian w strukturze czynnika a Laspeyresa

$${}_a I_{x/x_0} = \frac{\sum a_1}{\sum \frac{a_1}{x_0}} \div \frac{\sum a_0}{\sum \frac{a_0}{x_0}} = \sum \frac{1}{x_0} * \frac{a_1}{\sum a_1} \div \sum \frac{1}{x_0} * \frac{a_0}{\sum a_0}$$

## 7. Dynamika

### 7.6 Indeksy zespolone

Jeżeli za niezmiennicze przyjmiemy cząstkowe wielkości stosunkowe z okresu badanego to otrzymamy indeks wpływu zmian strukturalnych typu Paaschego

Agregatowy indeks wpływu zmian w strukturze czynnika  $b$  Paaschego

$${}_b I_{x/x_1} = \frac{\sum x_1 b_1}{\sum b_1} \div \frac{\sum x_1 b_0}{\sum b_0} = \sum x_1 \frac{b_1}{\sum b_1} \div \sum x_1 \frac{b_0}{\sum b_0}$$

## 7. Dynamika

### 7.6 Indeksy zespolowe

Agregatowy indeks wpływu zmian w strukturze czynnika a Paaschego

$${}_a I_{x/x_1} = \frac{\sum a_1}{\sum \frac{a_1}{x_1}} \div \frac{\sum a_0}{\sum \frac{a_0}{x_1}} = \sum \frac{1}{x_1} * \frac{a_1}{\sum a_1} \div \sum \frac{1}{x_1} * \frac{a_0}{\sum a_0}$$

## 7. Dynamika

### 7.6 Indeksy zespołowe

W konkretnym badaniu statystycznym dotyczącym dynamiki wielkości stosunkowych o wyborze odpowiedniej formuły decydują względy merytoryczne – oblicza się indeksy o stałej i zmiennej strukturze tego z dwóch czynników  $a$  oraz  $b$ , który wywiera bezpośredni wpływ na dynamikę badanej wielkości stosunkowej ( na przykład bezpośredni wpływ na dynamikę urodzeń mają zmiany w strukturze kobiet w wieku rozrodczym (czynnik  $b$  ) – dlatego przy badaniu dynamiki płodności nie ma potrzeby obliczania indeksów o stałej i zmiennej strukturze czynnika  $a$  – liczby urodzeń)

## 7. Dynamika

### 7.6 Indeksy zespolowe

Pomiędzy indeksem wszechstronnymi a indeksami o stałej i zmiennej strukturze czynnika  $b$  przy zachowaniu przemienności formuł Laspeyresa i Paaschego zachodzą następujące relacje

$$I_x = I_{x/b_1} * b I_{x/x_0}$$

$$I_x = I_{x/b_0} * b I_{x/x_1}$$

## 7. Dynamika

### 7.6 Indeksy zespolowe

Podobnie związek między indeksem wszechstronnym oraz indeksem o stałej i zmiennej strukturze dla czynnika a

$$I_x = I_{x/a_1} * I_{x/x_0}$$

$$I_x = I_{x/a_0} * I_{x/x_1}$$

## 7. Dynamika

### 7.6 Indeksy zespolone

Zaprezentowane powyżej formuły noszą nazwę równości indeksowej dla wielkości stosunkowych

Pozwala obliczyć jeden z trzech indeksów przy znajomości dwóch pozostałych